

### 3. Übungsblatt zu Algorithmen I im SS 2015

<https://crypto.itl.kit.edu/algo-rose15>  
{staudt,striecks}@kit.edu

#### Aufgabe 1 (Rekursionsgleichungen, 4 + 4 Punkte)

a) Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für

$$T(n) = \begin{cases} 2 & \text{falls } n = 1, \\ 2T(\lceil n/2 \rceil) + n^2 & \text{falls } n \geq 2, \end{cases}$$

die Ungleichung  $T(n) \leq 2n^2$  gilt. Dabei sei  $n$  eine Zweierpotenz.

b) Zeigen Sie mittels Substitution, dass die Lösung zu

$$T(n) = \begin{cases} 9 & \text{falls } n = 27, \\ 9T(\lfloor n^{1/3} \rfloor) + \log_3 n & \text{falls } n \geq 28, \end{cases}$$

in  $\Theta(\log^2 n)$  liegt. Dabei sei  $n = 3^{3^i}$ , für  $i \in \mathbb{N}$ .

#### Aufgabe 2 (Einfach verkettete Listen, 8 Punkte)

Gegeben sei folgende Implementierung der Datenstruktur einfach verkettete Liste: Eine Liste besteht aus Knoten (Objekte vom Typ `Node`), die jeweils ein Listenelement (`data`) und eine Referenz (`next`) auf den nächsten Knoten der Liste enthalten. Eine Liste wird als Referenz auf ihren ersten Knoten übergeben. Der letzte Knoten der Liste enthält eine leere Referenz (`null`). Seien  $L_1$  und  $L_2$  zwei einfach verkettete Listen, die Zahlen in aufsteigend sortierter Reihenfolge enthalten. Beide Listen sollen so miteinander verflochten werden, dass die resultierende einfach verkettete Liste  $M$  alle Knoten von  $L_1$  und  $L_2$  enthält und die Elemente in aufsteigender Reihenfolge sortiert sind. Schreiben Sie in Pseudocode eine Funktion, die  $L_1$  und  $L_2$  als Eingabe nimmt und  $M$  ausgibt. Ihre Funktion darf nur  $\mathcal{O}(1)$  zusätzlichen Speicher benutzen und soll die Knoten der Eingabelisten wiederverwenden. An einem Knoten kann nur das Feld `next` verändert werden.

#### Aufgabe 3 (Amortisierte Analyse, 5 + 2 Punkte)

Gegeben sei eine Datenstruktur, auf der eine Sequenz  $\langle \sigma_1, \dots, \sigma_n \rangle$  von Operationen ausgeführt wird. Die Operation  $\sigma_i$ , für  $1 \leq i \leq n$ , benötigt  $i^3$  Anweisungen, wenn  $i$  eine Dreierpotenz ist; anderenfalls benötigt eine Operation 1 Anweisung.

- Geben Sie eine geschlossene Form  $T(n)$  für die Kosten von  $n$  Operationen an. Dabei sei  $n = 3^m$ , für  $m \in \mathbb{N}$ .
- Geben Sie die amortisierten Kosten pro Operation an.

**Ausgabe:** Mittwoch, 29.4.2015

**Abgabe:** Freitag, 8.5.2014, 12:45 im Briefkasten im Untergeschoss von Gebäude 50.34