

# 1. Übungsblatt zu Algorithmen I im SS 2015

<https://crypto.itl.kit.edu/algo-rose15>

## Aufgabe 1 (Zahlenfolge, 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 3 Punkte)

Die Folge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  sei definiert durch  $f_0 := 0$ ,  $f_1 := 1$ , und

$$f_n := 3f_{n-1} - 2f_{n-2} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0, 1\}.$$

Geben Sie in folgenden Teilaufgaben jeweils einen Algorithmus in Pseudocode an, der als Eingabe ein  $n \in \mathbb{N}_0$  erhält und als Ausgabe  $f_n$  liefert.

Begründen Sie jeweils kurz warum Ihre Implementierung die geforderte Laufzeit hat. Hierbei zählen nur Operationen, die effektiv zur Berechnung des Ergebnis beitragen (unnötige Schleifen und Operationen werden "wegoptimiert").

- Geben Sie ein Algorithmus an, der  $f_n$  in  $\Theta(n)$  Zeit berechnet.
- Geben Sie ein Algorithmus an, der  $f_n$  in  $\Theta(\log n)$  Zeit berechnet.
- Geben Sie ein Algorithmus an, der  $f_n$  in  $\Theta(1)$  Zeit berechnet.
- Geben Sie ein Algorithmus an, der  $f_n$  in  $\Theta(n^2)$  Zeit berechnet.
- Geben Sie ein Algorithmus an, der  $f_n$  in  $\Theta(2^n)$  Zeit berechnet.
- Geben Sie ein Algorithmus an, der  $f_n$  in  $\Theta(n^n)$  Zeit berechnet.

## Aufgabe 2 (Kein Überlauf in Multiplikation, 6 Punkte)

Beweisen Sie, dass im Algorithmus `numberTimesDigit` (auf Vorlesungsfolie 17) zur Ziffernmultiplikation kein Überlauf bei der letzten Addition  $\text{result}[n] := c + h'$  entsteht.

## Aufgabe 3 (Karatsuba-Ofman Multiplikation, 4 Punkte)

Multiplizieren Sie mit dem Algorithmus von Karatsuba und Ofman die *letzten vier Stellen* Ihrer Matrikelnummer mit Ihrem *Geburtsjahr* (beide Zahlen sind vierstellige Dezimalzahlen!).

Visualisieren Sie Ihre Berechnung als Rekursionbaum. Geben Sie hierbei auf jeder Rekursionsebene die rekursiven Aufrufe (inkl. Parameter), deren Ergebnisse sowie das Gesamtergebnis des Aufrufs an.

**Hinweis:** Führen Sie genau die einstelligen Multiplikationsoperationen direkt aus.

**Ausgabe:** Mittwoch, 15.4.2015

**Abgabe:** Freitag, 24.4.2015, 12:45 im Briefkasten im Untergeschoss von Gebäude 50.34